

17. Cachia, R., Ferrari, A., Ala-Mutka, K., & Punie, Y. (2010). *Creative learning and innovative teaching: Final report on the study on creativity and innovation in education in the EU Member States*. Publications Office of the European Union. <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC62370>



Авторське право ©2025 автори, всі права захищено. Автори погоджуються, що ця стаття залишається у відкритому доступі на умовах Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Отримано редакцією 10.03.2026 р.
Прийнято редакцією 10.04.2026 р.
Опубліковано 29.05.2026 р.

УДК 378.147:51

DOI: 10.31376/2410-0897-2026-2-61-28-36

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ СТУДЕНТАМИ ІНЖЕНЕРНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ У КУРСІ ВИЩОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Грудинін Борис Олександрович

доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри фізики
Національний університет біоресурсів і природокористування України
e-mail: b.hrudynin@nubip.edu.ua
ORCID ID: 0000-0001-8084-653X

Мейш Юлія Анатоліївна

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри вищої та прикладної математики
Національний університет біоресурсів і природокористування України
e-mail: juliameish@nubip.edu.ua
ORCID ID: 0000-0001-7492-700X

Гай Ганна Анатоліївна

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої та прикладної математики
Національний університет біоресурсів і природокористування України
e-mail: gtatana704@gmail.com
ORCID ID: 0000-0001-5707-2927

У статті розглянуто методичні особливості вивчення комплексних чисел студентами інженерних спеціальностей у курсі вищої та прикладної математики з урахуванням професійної спрямованості навчання. Обґрунтовано значення комплексних чисел як важливого складника математичної підготовки майбутніх фахівців спеціальності G3 Електрична інженерія, для яких цей математичний апарат є необхідною основою подальшого вивчення теоретичних основ електротехніки, аналізу кіл змінного струму, гармонічних процесів, фазових співвідношень та імпедансу. Акцентовано на необхідності поєднання теоретичного матеріалу з прикладними задачами, математичним моделюванням і використанням символічного методу як ефективного засобу формування міждисциплінарних зв'язків між вищою математикою та спеціальними дисциплінами. Визначено, що професійно орієнтований підхід до викладання комплексних чисел сприяє підвищенню доступності навчального матеріалу, розвитку інженерного мислення, посиленню навчальної мотивації студентів та покращенню якості їхньої фахової підготовки.

Ключові слова: вища математика, комплексні числа, електрична інженерія, символічний метод, математичне моделювання, професійна підготовка, методика навчання.

Постановка проблеми. Сучасний розвиток вищої технічної освіти в Україні, інтеграція до європейського освітнього простору та зростання вимог до рівня професійної підготовки майбутніх фахівців зумовлюють необхідність постійного вдосконалення змісту й методики викладання фундаментальних дисциплін. За таких обставин особливого значення набуває якість математичної підготовки студентів інженерних спеціальностей, оскільки безпосередньо вона формує аналітичне мислення, здатність до математичного моделювання, логічного обґрунтування технічних рішень і забезпечує успішне опанування спеціальних дисциплін [5; 6; 9; 11]. Сучасний інженер повинен не лише володіти професійними знаннями, а й уміти працювати зі складними технічними системами, аналізувати процеси, прогнозувати результати та застосовувати математичний апарат як універсальний інструмент професійної діяльності [9]. Саме тому вища та прикладна математика у структурі інженерної освіти є не лише базовою навчальною дисципліною, а одним із ключових чинників формування компетентного та конкурентоспроможного фахівця [1; 12–14].

Математика є мовою інженерних досліджень і технічних розрахунків, основою загальноінженерних і спеціальних дисциплін. У процесі її вивчення здобувачі освіти повинні навчитися аналізувати ситуації, виділяти сутність проблеми, застосовувати логіку міркувань, узагальнювати результати та коректно використовувати математичні методи для розв'язання наукових і практичних завдань. Зміст освітнього компонента «Вища математика» формує в студентів математичний підхід до розв'язання проблем, що виникатимуть у подальшому навчанні та професійній діяльності. Отже, рівень математичної підготовки

значною мірою визначає якість засвоєння спеціальних дисциплін і набуття професійних компетентностей [1; 7; 8; 15; 16].

Особливої уваги потребує підготовка студентів спеціальності G3 Електрична інженерія, для яких окремі розділи вищої математики мають безпосереднє прикладне значення. Одним із таких розділів є комплексні числа, що посідають важливе місце у структурі міждисциплінарних зв'язків та виступають необхідним інструментом у подальшому вивченні теоретичних основ електротехніки, аналізі кіл змінного струму, гармонічних процесів, фазових співвідношень, імпедансу та інших професійно важливих тем. Без достатнього рівня засвоєння цього математичного апарату студентам достатньо складно дається перехід від формального вивчення математичних понять до практичного розуміння спеціальних дисциплін, насамперед теоретичних основ електротехніки.

Практика викладання засвідчує, що вивчення комплексних чисел сприймається більшістю студентів як одна з найбільш складних, абстрактних, незрозумілих і зовсім не пов'язаних із майбутньою спеціальністю тем. У багатьох випадках здобувачі освіти засвоюють переважно алгоритми розв'язання типових задач. Студентам досить складно встановити взаємозв'язок між математичними операціями з абстрактними числами та практичним застосуванням цих чисел у реальних інженерних процесах. У результаті студенти опановують техніку обчислень, але не завжди усвідомлюють практичне застосування комплексних чисел. Такий підхід знижує рівень навчальної мотивації, ускладнює формування системного професійного мислення та послаблює розуміння міждисциплінарного значення математичної підготовки. Отже, студенти не завжди повністю усвідомлюють прикладне значення теми, а це знижує їхню зацікавленість у навчанні та стримує формування професійно орієнтованого мислення [12–16].

Проблема полягає в тому, що за високої професійної значущості комплексних чисел у підготовці майбутніх інженерів їх вивчення досить часто має переважно теоретичний характер і не завжди достатньо пов'язується зі змістом майбутньої спеціальності. У зв'язку з цим важливо, щоб опанування цього розділу вищої математики не обмежувалося лише засвоєнням теоретичних обчислень, а й супроводжувалося розглядом прикладних задач, елементами математичного моделювання, застосуванням символічного методу та демонстрацією практичного використання комплексних чисел у процесі розв'язання електротехнічних задач. Такий підхід дає змогу зробити процес навчання більш зрозумілим і зорієнтованим на розв'язання реальних професійних задач, підвищити зацікавленість студентів у вивченні дисципліни та посилити зв'язок математичної підготовки зі змістом майбутньої професійної діяльності. Отже, удосконалення методики вивчення комплексних чисел у системі підготовки студентів інженерних спеціальностей потрібно розглядати як важливий напрям сучасної математичної освіти, оскільки це сприяє підвищенню рівня фахової підготовки, розвитку інженерного мислення та формуванню здатності майбутнього спеціаліста ефективно застосовувати математичний апарат у майбутній професійній діяльності.

Формулювання мети статті. Метою статті є теоретичне обґрунтування та практичне розкриття методики вивчення комплексних чисел студентами інженерних спеціальностей у курсі вищої та прикладної математики на основі професійно орієнтованого підходу, зокрема через застосування символічного методу, математичного моделювання та прикладних задач електротехнічного змісту для формування інженерного мислення, професійних компетентностей і здатності використовувати математичний апарат у майбутній фаховій діяльності.

Виклад основного матеріалу. Студенти спеціальності G3 Електрична інженерія двох освітніх програм («Інжиніринг електроенергетичних систем з відновлюваними джерелами», «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка») вивчають вищу математику не лише як фундаментальну дисципліну, а як базовий інструмент професійного мислення інженера. Саме математична підготовка формує здатність описувати, аналізувати й прогнозувати поведінку складних електротехнічних систем, у яких фізичні процеси не можуть бути повноцінно зрозумілі лише на якісному рівні. Вища математика забезпечує перехід від спостереження явища до його кількісної моделі, що є необхідною умовою для прийняття обґрунтованих інженерних рішень. У всіх вищезгаданих ОП освітній компонент «Вища математика» входить до переліку базових дисциплін, які вивчають здобувачі освіти I курсу за ОС «Бакалавр».

У процесі професійної підготовки майбутній фахівець з електричної інженерії постійно працює з величинами, які змінюються в часі та просторі: електромагнітним полем, напругою, струмом, потужністю, частотою, фазою, опором тощо. Для їх аналізу необхідні знання математичного апарату, зокрема лінійної алгебри, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей, математичної статистики та комплексного аналізу. Наприклад, диференціальні рівняння використовуються для опису перехідних процесів у електричних колах, матриці – для розрахунку електричних мереж, похідні та інтеграли – для визначення миттєвих і середніх значень електричних величин, а статистичні методи – для оцінювання надійності обладнання та аналізу експериментальних даних [4; 7; 8; 12].

Особливе значення вища математика має для розвитку інженерного стилю мислення. Так, відповідно до двох освітніх програм («Інжиніринг електроенергетичних систем з відновлюваними джерелами»,

«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»), за якими навчаються студенти спеціальності G3 Електрична інженерія, передбачено набуття здобувачами освіти загальної компетентності – ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу, – і спеціальної компетентності – СК2 Здатність вирішувати практичні задачі із залученням методів математики, фізики та електротехніки – у процесі опанування освітнього компонента «Вища математика» (17 кредитів ЄКТС) [11].

Програма дисципліни передбачає навчання студентів логічно структурувати задачу, виділяти суттєві параметри, будувати модель, перевіряти її коректність і робити висновки на основі розрахунків. Наприклад, під час аналізу електричного кола студент має не просто підставити числа у формулу, а зрозуміти взаємозв'язок між елементами системи, обрати відповідний метод розрахунку та інтерпретувати отриманий результат з позиції фізичного змісту.

Окрім того, математична підготовка є основою для засвоєння спеціальних дисциплін електроенергетичного та електротехнічного спрямування. Без належного рівня математичних знань ускладнюється вивчення теоретичних основ електротехніки, електричних машин, електропостачання, електроніки, автоматизованих систем керування, релейного захисту та відновлюваної енергетики. Наприклад, аналіз трифазних кіл потребує розуміння векторів і комплексних чисел, розрахунок режимів електричних мереж – систем лінійних рівнянь, а дослідження гармонічних коливань – тригонометричних функцій і комплексного подання сигналів.

Отже, навчальна дисципліна «Вища математика» є не відокремленою теоретичною дисципліною, а універсальною мовою інженера. У результаті її вивчення студент розвиває вміння виконувати складні розрахунки, опановує розуміння фізичної природи електротехнічних процесів, вчиться працювати з моделями реальних систем та аналізувати результати, приймати професійно-обґрунтовані рішення. З огляду на це для формування кваліфікованого фахівця в галузі електричної інженерії математична підготовка є необхідною складовою якісного навчання.

Комплексний аналіз посідає важливе місце в системі математичної підготовки студентів спеціальності G3 Електрична інженерія. Цей розділ безпосередньо пов'язаний з описом і аналізом коливальних та хвильових процесів. Вивчення розділу дає змогу розширити й поглибити математичний апарат студента, надати ефективний інструмент для розв'язання задач з електротехніки, де основну роль відіграють синусоїдальні сигнали, фазові зсуви та частотні характеристики.

У професійній діяльності інженера-енергетика комплексні числа та функції комплексної змінної використовуються для спрощення аналізу змінних струмів і напруг. Перехід від тригонометричного опису сигналів до їх комплексної форми (через експоненціальне подання) дає змогу суттєво зменшити складність розрахунків і перейти від диференціальних рівнянь до алгебраїчних. Наприклад, під час аналізу усталених режимів у колах змінного струму використання комплексного імпедансу дає змогу компактно описати опір елементів (резисторів, індуктивностей, ємностей) та швидко визначати струми і напруги в різних гілках кола [2; 3].

Відповідно до робочої програми навчальної дисципліни «Вища математика» в студентів спеціальності G3 Електрична інженерія модуль «Комплексні числа» вивчається на першому курсі (II семестр). Усього заплановано 30 год, з яких 9 год – лекції, 9 год – практична робота та 12 год – самостійна робота.

Формуванню інженерного мислення сприяє вивчення комплексного аналізу, що забезпечує розуміння абстрактної та прикладної складової задачі. Студент опановує інтерпретацію комплексної величини як математичного об'єкта та як фізичного параметра. Наприклад, напругу можна представити у вигляді комплексного числа, що дає можливість одночасно враховувати її величину та фазовий зсув відносно струму.

Окрім того, методи комплексного аналізу широко застосовуються в сучасних інженерних інструментах та програмному забезпеченні для моделювання електротехнічних систем. Розрахунки в середовищах на кшталт MATHCAD чи інших систем автоматизованого проектування базуються на операціях із комплексними числами, що робить відповідну математичну підготовку необхідною умовою ефективної професійної діяльності.

Отже, комплексний аналіз є не лише теоретичним розділом вищої математики, а ключовим інструментом у підготовці інженера-енергетика. Він забезпечує зв'язок між математичною теорією та практичними задачами електротехніки, спрощує аналіз складних процесів і сприяє формуванню цілісного інженерного підходу до розв'язання професійних задач.

Символічним методом називають метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму, оснований на представленні струму, напруги та електрорушійної сили (ЕРС) комплексними числами. Основою вищезгаданого методу є ідея заміни лінійних інтегро-диференціальних рівнянь, що описують синусоїдальні кола, на алгебраїчні рівняння, а також застосування для розрахунку електричних кіл синусоїдального струму основних законів і методів розрахунку електричних кіл постійного струму в тій самій формі запису. Синусоїдальна величина зображується комплексним числом (символом), що заміщує її, при цьому операція диференціювання замінюється множенням на $j\omega$, а інтегрування – діленням на $j\omega$.

Так, у якості прикладу застосування комплексних чисел використовуємо запис законів Ома і Кірхгофа в комплексній формі. Для електричного кола з активним, індуктивним і ємнісним опорами, до входних клем якого прикладено синусоїдальну напругу $u = U_m \sin(\omega t)$ і в якому тече синусоїдальний струм $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$, інтегро-диференціальне рівняння, що характеризує стан електричного кола (другий закон Кірхгофа), має вигляд:

$$U = U_R + U_L + U_C = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i_C dt. \quad (1)$$

Алгебраїчне рівняння, складене відносно комплексів струмів та напруг (тобто другий закон Кірхгофа в комплексній формі), набуває вигляду:

$$U_m = R \cdot I_m + j \cdot \omega \cdot L \cdot I_m - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_m = U_{mR} + U_{mL} + U_{mC}. \quad (2)$$

Застосуємо позначення відповідно для індуктивного, ємнісного, повного реактивного опорів та модуля повного опору:

$$X_L = \omega \cdot L, X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}, X = X_L - X_C, Z = \sqrt{R^2 + X^2}. \quad (3)$$

Тоді рівняння (2) набуває такого вигляду:

$$U_m = I_m \cdot \left(R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) \right) = I_m \cdot \left(R + j \cdot (X_L - X_C) \right) = I_m \cdot Z \angle \varphi, \quad (4)$$

де $Z = R + j \cdot (X_L - X_C) = Z \angle \varphi$ – комплекс повного опору кола,

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} \text{ – кут зсуву фаз між напругою і струмом.} \quad (5)$$

Таким чином, закон Ома в комплексній формі –

$$U_m = I_m \cdot Z. \quad (6)$$

Перший закон Кірхгофа для миттєвих значень струмів в інтегро-диференціальній формі має вигляд

$$i = i_R + i_L + i_C = \overbrace{u}^{i_R} G + \overbrace{\int u dt}^{i_L} + \overbrace{C \frac{du}{dt}}^{i_C}. \quad (7)$$

Алгебраїчне рівняння, складене відносно комплексів струму і напруг (перший закон Кірхгофа в комплексній формі), має форму запису:

$$\frac{I_m}{-j} = \frac{U_m}{-j} \cdot G + \frac{U_m}{j \omega L} + \left(-j \frac{1}{\omega C} \right) \frac{U_m}{-j} = I_{mR} + I_{mL} + I_{mC}. \quad (8)$$

Відтак, правила Кірхгофа для комплексних струмів і напруг формулюються так:

- алгебраїчна сума комплексних струмів у вузлі дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0;$$

- алгебраїчна сума комплексних напруг уздовж замкнутого контуру дорівнює алгебраїчній сумі комплексних ЕРС –

$$\sum_{k=1}^n U_k = \sum_{k=1}^m E_k.$$

- оскільки всі розглянуті раніше методи розрахунку електричних кіл постійного струму базуються на законах Кірхгофа та Ома, усі ці методи можуть бути використані для розрахунку кіл синусоїдного струму при застосуванні комплексної форми запису струмів, напруг, ЕРС тощо.

Розв'язуємо декілька прикладних задач.

ПРИКЛАД 1.

- а. Якщо струм I у колі (рис. 1а) дорівнює 50 А, 30° , розрахуйте струм I_1 , використовуючи правило дільника струму.
- б. Повторіть розрахунки (позиція а) для струму I_2 .
- с. Перевірте дію закону Кірхгофа в одному з вузлів електричного струму.

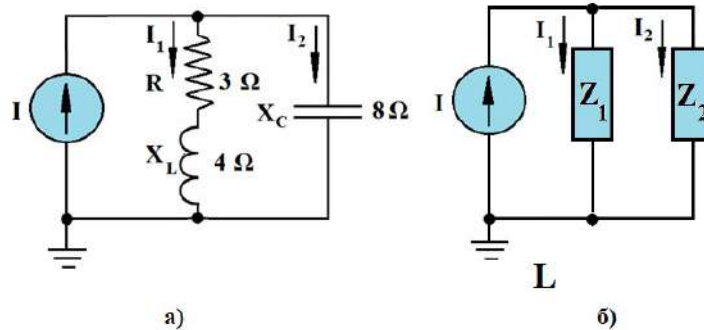


Рис. 1. а) електричне коло з активним, ємнісним і індуктивним опорами;
 б) еквівалентне перетворення електричного кола

Розв'язання: Перейдемо до еквівалентного перетворення електричного кола (рис. 1б).

а. Відповідно до еквівалентного перетвореної схеми електричного кола (рис. 1б) маємо:

$$Z_1 = R + jX_L = 3 + 4j$$

Модуль та аргумент комплексного числа знаходимо за формулами:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{Arg } z = \arctg \left| \frac{b}{a} \right|;$$

$$|Z_1| = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Arg } Z_1 = \arctg \left| \frac{4}{3} \right| = 53,13^\circ$$

$$Z_1 = R + jX_L = 3 + 4j = 5 \cdot (\cos 53,13^\circ + j \cdot \sin 53,13^\circ)$$

$$Z_2 = -jX_C = -8j$$

$$|Z_2| = \sqrt{0 + 64} = \sqrt{64} = 8$$

Оскільки $a = 0$ і $b < 0$, то $\text{Arg } Z_2 = -90^\circ$

$$Z_2 = -jX_C = -8j = 8 \cdot (\cos(-90^\circ) + j \cdot \sin(-90^\circ))$$

У процесі розв'язування практичних задач викладач систематично наголошує на необхідності дотримання правил роботи з комплексними числами в різних формах. Наприклад, на етапі використання правила дільника струму додавання варто виконувати в алгебраїчній формі, а множення та ділення – у тригонометричній:

$$\begin{aligned} \text{а. } I_1 &= \frac{Z_2 I}{Z_2 + Z_1} = \frac{8 \cdot (\cos(-90^\circ) + j \cdot \sin(-90^\circ)) \cdot 50 \cdot (\cos 30^\circ + j \cdot \sin 30^\circ)}{-8j + 3 + 4j} \\ &= \frac{400 \cdot (\cos(-60^\circ) + j \cdot \sin(-60^\circ))}{3 - 4j} = \frac{400 \cdot (\cos(-60^\circ) + j \cdot \sin(-60^\circ))}{5 \cdot (\cos(-53,13^\circ) + j \cdot \sin(-53,13^\circ))} \\ &= 80 \cdot (\cos(-6,87^\circ) + j \cdot \sin(-6,87^\circ)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б. } I_2 &= \frac{Z_1 I}{Z_2 + Z_1} = \frac{5 \cdot (\cos 53,13^\circ + j \cdot \sin 53,13^\circ) \cdot 50 \cdot (\cos 30^\circ + j \cdot \sin 30^\circ)}{5 \cdot (\cos(-53,13^\circ) + j \cdot \sin(-53,13^\circ))} \\ &= \frac{250 \cdot (\cos 83,13^\circ + j \cdot \sin 83,13^\circ)}{5 \cdot (\cos(-53,13^\circ) + j \cdot \sin(-53,13^\circ))} = 50 \cdot (\cos 136,26^\circ + j \cdot \sin 136,26^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{с. } I &= I_1 + I_2 = 80 \cdot (\cos(-6,87^\circ) + j \cdot \sin(-6,87^\circ)) + 50 \cdot (\cos 136,26^\circ + j \cdot \sin 136,26^\circ) \\ &= (79,43 - j \cdot 9,57) + (-36,12 + j \cdot 34,57) = 43,31 + j \cdot 25,0 \end{aligned}$$

ПРИКЛАД 2.

- а. Обчисліть напругу V_C на індуктивному опорі, використовуючи правило дільника напруги (рис. 2а).
- б. Обчисліть силу струму I_2 .

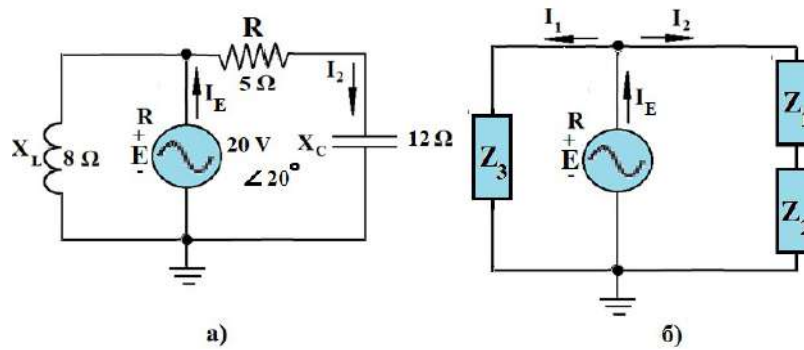


Рис. 2. а) електричне коло з активним, емнісним і індуктивним опорами;
 б) еквівалентне перетворення електричного кола.

Розв'язання:

а. На основі рис. 2а та 2б можемо написати низку рівнянь:

$$Z_1 = 5 = 5 \cdot (\cos 0^\circ + j \cdot \sin 0^\circ)$$

$$Z_2 = -12 \cdot j = 12 \cdot (\cos(-90^\circ) + j \cdot \sin(-90^\circ))$$

$$Z_3 = 8 \cdot j = 8 \cdot (\cos 90^\circ + j \cdot \sin 90^\circ)$$

Звертають увагу студентів: оскільки E – загальна напруга на послідовному з'єднанні опорів Z_1 та Z_2 , то це дає змогу використовувати правило дільника напруги для обчислення напруги V_C . Еквівалентне перетворення електричного кола показано на рис. 2б, де збережені всі струми, необхідні для визначення I_E .

Використовуючи правило дільника напруг, отримаємо:

$$V_C = \frac{Z_2 E}{Z_1 + Z_2} = \frac{(12 \cdot (\cos(-90^\circ) + j \cdot \sin(-90^\circ)))(20 \cdot (\cos 20^\circ + j \cdot \sin 20^\circ))}{5 - 12 \cdot j} = \frac{240 \cdot (\cos(-70^\circ) + j \cdot \sin(-70^\circ))}{13 \cdot (\cos(-67,38^\circ) + j \cdot \sin(-67,38^\circ))} = 18,46 \cdot (\cos(-2,62^\circ) + j \cdot \sin(-2,62^\circ))$$

$$I_1 = \frac{E}{Z_3} = \frac{20 \cdot (\cos 20^\circ + j \cdot \sin 20^\circ)}{8 \cdot (\cos 90^\circ + j \cdot \sin 90^\circ)} = 2,5 \cdot (\cos(-70^\circ) + j \cdot \sin(-70^\circ))$$

$$I_2 = \frac{E}{Z_1 + Z_2} = \frac{20 \cdot (\cos 20^\circ + j \cdot \sin 20^\circ)}{13 \cdot (\cos(-67,38^\circ) + j \cdot \sin(-67,38^\circ))} = 1,54 \cdot (\cos 87,38^\circ + \sin 87,38^\circ)$$

$$I_E = I_1 + I_2 = 2,5 \cdot (\cos(-70^\circ) + j \cdot \sin(-70^\circ)) + 1,54 \cdot (\cos 87,38^\circ + \sin 87,38^\circ) = (0,86 - j \cdot 2,35) + (0,07 + j \cdot 1,54) = 0,93 - j \cdot 0,81 = 1,23 \cdot (\cos(-41^\circ) + \sin(-41^\circ))$$

Отже, вивчення комплексних чисел у курсі вищої та прикладної математики студентами інженерних спеціальностей має розглядатися не лише як засвоєння окремого математичного розділу, а як важлива складова формування професійного інженерного мислення, здатності до математичного моделювання та практичного розв'язання спеціалізованих технічних задач. Для майбутніх фахівців спеціальності ГЗ Електрична інженерія комплексні числа є універсальним математичним інструментом, що забезпечує ефективний аналіз електротехнічних процесів, синусоїдних сигналів, фазових співвідношень, змінного струму, імпедансу та гармонічних коливань.

Висновки. Упевнено констатуємо, що професійно орієнтований підхід до викладання комплексних чисел, що поєднує фундаментальну математичну теорію з прикладними задачами електротехнічного змісту, сприяє поглибленому розумінню навчального матеріалу, розвитку здатності використовувати математичний апарат у майбутній професійній діяльності. Використання символічного методу в процесі розв'язування здобувачами освіти професійно орієнтованих задач уможливило спрощення розрахунку кіл синусоїдного струму шляхом переходу від інтегро-диференціальних моделей до алгебраїчних форм, забезпечуючи доступність складних технічних понять і посилюючи міждисциплінарний зв'язок між математикою та фаховими дисциплінами.

Перспективи подальших досліджень убачаємо в розробці диференційованих методичних моделей викладання комплексного аналізу для різних інженерних спеціальностей, розширенні використання STEM-підходів, цифрових симуляцій та систем комп'ютерної математики з метою підвищення практичної цінності математичної освіти в закладах вищої освіти.

Список використаної літератури

1. Белова М. А. До питання формування професійних компетентностей при вивченні курсу вищої та прикладної математики. *Перспективи та інновації науки*. 2020. С. 1–13.
2. Бойко В. В., Відьмаченко А. П., Грудинін Б. О., Чорній В. П. Фізика. Навчальний посібник (Основи теорії, тести, задачі з прикладами розв'язування) : навч. посіб. Київ, 2023. 404 с.
3. Лабораторний практикум (Методичні вказівки та коротка теорія) / В. В. Бойко, В. В. Відьмаченко, Б. О. Грудинін, О. О. Годлевська, Я. О. Гуменюк, І. А. Залоїло, П. П. Ільїн, В. П. Чорній. Ч. 1. Для студентів спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 274 «Автомобільний транспорт». Київ, 2025. 163 с.
4. Бубняк Т. І. Вища математика : навч. посіб. Львів, 2023. 436 с.
5. Дубасенюк О. А. Концептуальні моделі педагогічної освіти: наукові пошуки та здобутки. *Професійно-педагогічна освіта: сучасні концептуальні моделі та тенденції розвитку* : монографія. Житомир, 2008. С. 8–29.
6. Енергетичний хаб Європи: Україна схвалила Енергетичну стратегію до 2050 року. URL: <https://greentransform.org.ua/ukrayina-shvalyla-energetychnu-strategiyu-do-2050-roku/?print-posts=pdf> (дата звернення: 28.10.2025).
7. Клепко В. Ю., Голець В. Л. Вища математика в прикладах і задачах : навч. посіб. Київ, 2021. 594 с.
8. Кривуца В. Г., Барковський В. В., Барковська Н. В. Вища математика: практикум. Київ, 2023. 536 с.
9. Моделювання професійної підготовки фахівців в умовах євроінтеграційних процесів : монографія / за ред. С. С. Вітвицької. Житомир : Вид. О. О. Євенок, 2019. 304 с.
10. Про освіту : Закон України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (дата звернення: 28.10.2025).
11. Інжиніринг електроенергетичних систем з відновлюваними джерелами; Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка : освітні програми для студентів спеціальності G3 Електрична інженерія ННІ ЕАЕ НУБіП України. 2026. URL: <https://nubip.edu.ua/spetsialnosti-ta-osvitni-stupeni> (дата звернення: 02.05.2026).
12. Belova M. A., Gladka Y. A., Mashchenko L. Z. Motivation to introduce perspective teaching methods of higher mathematics. *European Humanities Studies: State and Society*. 2017. №4 (I). P. 4–15.
13. Chernenko O. Modern pedagogical technologies in higher education. *Pedagogy and Education Management Review*. 2020. URL: <https://public.scnchub.com/perm/index.php/perm/article/view/19> (дата звернення: 02.05.2026).
14. Taraldsen L. H. Introducing Escape Room as a Didactic Tool in Mathematics Teaching. *Mathematics Teaching Research Journal*. 2025. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1481706.pdf> (дата звернення 15.04.2026).
15. Tokanov M., Damekova S., Kuttykozhayeva S., Abdoldinova G., Smagulov Y. Information and communication technology integration and teaching mathematics in higher education. *Journal on Mathematics Education*. 2022. Vol. 13. No. 4. P. 739–752.
16. Wang J., Somasundram P. Effect of STEM-PBL advanced mathematics course on engineering students' problem-solving ability in higher vocational col. *Frontiers in Education*. 2025. URL: <https://www.frontiersin.org/journals/education/articles/10.3389/feduc.2025.1628482/full> (дата звернення: 02.05.2026).

METHODS OF STUDYING COMPLEX NUMBERS BY ENGINEERING STUDENTS IN THE COURSE OF HIGHER AND APPLIED MATHEMATICS

Hrudynin Borys

Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Physics
Educational and Scientific Institute of Energy, Automation and Energy Saving
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Meish Yuliia

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher and Applied Mathematics
Educational and Scientific Institute of Energy, Automation and Energy Saving
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Hai Hanna

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher and Applied Mathematics
Educational and Scientific Institute of Energy, Automation and Energy Saving
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Introduction. *This article examines the methodological aspects of studying complex numbers by engineering students in higher and applied mathematics, taking into account the professional focus of the educational process. It substantiates the importance of complex numbers as a key component of the mathematical training of future G3 «Electrical Engineering» specialists, as this mathematical framework forms the essential foundation for further study of theoretical electrical engineering, the analysis of AC circuits, harmonic processes, phase relationships, and impedance. Particular attention is paid to the need to combine theoretical material with applied problems, mathematical modeling, and the use of the symbolic method as an effective means of fostering interdisciplinary connections between higher mathematics and specialized disciplines. It has been established that a professionally oriented approach to teaching complex numbers contributes to increased accessibility of the educational material, the development of engineering thinking, increased motivation for learning, and an improvement in the overall quality of their professional training.*

Purpose. To substantiate and reveal the methodology of studying complex numbers by engineering students in the course of higher and applied mathematics through a professionally oriented approach, including symbolic methods, mathematical modeling, and applied electrical engineering tasks, in order to develop engineering thinking, professional competencies, and the ability to effectively use mathematical tools in future technical activities.

Methods. The study applies theoretical, empirical, methodological, and general scientific approaches, including analysis of educational programs, comparative analysis of pedagogical practices, professional orientation methodology, mathematical modeling, interdisciplinary integration, and applied methods of complex analysis used in engineering education.

Results. It has been established that the study of complex numbers should be considered as an important component of professional mathematical training for engineering students rather than an isolated theoretical section of mathematics. For future electrical engineers, complex analysis provides an effective mathematical apparatus for simplifying the analysis of sinusoidal processes through symbolic methods, allowing the transformation of differential and integral equations into algebraic forms. The practical implementation of professionally oriented teaching methods, including the application of Ohm's and Kirchhoff's laws in complex form, impedance analysis, and modeling of alternating current circuits, significantly increases student motivation, improves comprehension of mathematical concepts, and strengthens interdisciplinary links between higher mathematics and specialized technical disciplines. The integration of mathematical theory with engineering practice contributes to the development of analytical, logical, and professional thinking.

Originality. The originality of the study lies in the development of a professionally oriented methodological framework for teaching complex numbers to engineering students based on the integration of mathematical theory with practical electrical engineering applications. The proposed approach transforms the study of complex numbers from a formal mathematical topic into an effective pedagogical instrument for developing engineering competence, applied thinking, and professional readiness. The use of symbolic methods, practical modeling tasks, and digital mathematical tools creates favorable conditions for improving the quality of engineering education and adapting mathematical knowledge to real technical challenges.

Conclusion. The study of complex numbers in higher and applied mathematics should be aimed not only at mastering mathematical concepts but also at forming students' ability to apply them effectively in professional engineering contexts. A professionally oriented methodology based on symbolic methods, mathematical modeling, and interdisciplinary integration significantly enhances the practical value of mathematical education, promotes the development of engineering thinking, and improves the professional training of future specialists. The modernization of teaching methods for complex numbers is an important factor in increasing the effectiveness, relevance, and competitiveness of engineering education in modern higher education institutions.

Keywords: higher mathematics, complex numbers, complex analysis, engineering education, electrical engineering, symbolic method, mathematical modeling, professional competencies.

References

1. Bielova M.A. Do pytannia formuvannia profesiinykh kompetentnosti pry vyvchenni kursu vyshchoi ta prykladnoi matematyky. Perspektivy ta innovatsii nauky. 2020. S. 1–13.
2. Boiko V.V., Vidmachenko A.P., B.O. Hrudynin, V.P. Chornii Fyzyka. Navchalnyi posibnyk (Osnovy teorii, testy, zadachi z prykladamy rozviazuvannia). Navchalnyi posibnyk. Kyiv, 2023. 404 s.
3. Boiko V.V., Vidmachenko V.V., Hrudynin B.O., Hodlevska O.O., Humeniuk Ya.O., Zaloilo I.A., Ilin P.P., Chornii V.P. Laboratornyi praktykum (Metodychni vkazivky ta korotka teoriia). Chastyna 1. Dlia studentiv spetsialnosti 208 «Ahroinzhenieriia» ta 274 «Avtomobilnyi transport». Kyiv, 2025. 163 s.
4. Bubniak T.I. Vyshcha matematika: navchalnyi posibnyk. Lviv, 2023. 436 s.
5. Dubaseniuk O.A. Kontseptualni modeli pedahohichnoi osvity: naukovi poshuky ta zdobutky. Profesiino-pedahohichna osvita : suchasni kontseptualni modeli ta tendentsii rozvytku: monohrafiia. Zhytomyr, 2008. S. 8–29.
6. Enerhetychnyi khab Yevropy: Ukraina skhvalyla Enerhetychnu stratehiu do 2050 roku. URL: <https://greentransform.org.ua/ukrayina-shvalyla-energetychnu-strategiyu-do-2050-roku/?print-posts=pdf> (data zvernennia: 28.10.2025).
7. Klepko V.Iu., Holets V.L. Vyshcha matematika v prykladakh i zadachakh. Navchalnyi posibnyk. Kyiv, 2021. 594 s.
8. Kryvutsa V.H., Barkovskiy V.V., Barkovska N.V. Vyshcha matematika: praktykum. Kyiv, 2023. 536 s.
9. Modeliuvannia profesiinoi pidhotovky fakhivtsiv v umovakh yevrointehratsiinykh protsesiv: monohrafiia / za red. S. Vitvytskoi. Zhytomyr: Vyd. O.O. Yevenok, 2019. 304 s.
10. Pro osvitu: Zakon Ukrainy. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (data zvernennia: 28.10.2025).
11. Storinky osvity proham «Inzhynirnykh elektroenerhetychnykh system z vidnovliuvanymy dzherelamy», «Elektroenerhetyka, elektrotekhnika ta elektromekhanika» dlia studentiv spetsialnosti (G3) «Elektrychna inzheneriia» NNI EAE NUBiP Ukrainy. 2026. URL: <https://nubip.edu.ua/spetsialnosti-ta-osvitni-stupeni> (data zvernennia: 2.05.2026).
12. Belova M. A., Gladka Y. A., Mashchenko L. Z. Motivation to introduce perspective teaching methods of higher mathematics. *European Humanities Studies: State and Society*. 2017. № 4 (I). P. 4–15.
13. Chernenko O. Modern pedagogical technologies in higher education. *Pedagogy and Education Management Review*. 2020. URL: <https://public.scnchub.com/perm/index.php/perm/article/view/19> (data zvernennia: 2.05.2026).

14. Taraldsen L. H. Introducing Escape Room as a Didactic Tool in Mathematics Teaching. *Mathematics Teaching Research Journal*. 2025. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1481706.pdf> (data zvernennia: 15.04.2026 p.).
15. Tokanov M., Damekova S., Kuttykozhayeva S., Abdoldinova G., Smagulov Y. Information and communication technology integration and teaching mathematics in higher education. *Journal on Mathematics Education*. 2022. Vol. 13, No. 4. P. 739–752.
16. Wang J., Somasundram P. Effect of STEM-PBL advanced mathematics course on engineering students' problem-solving ability in higher vocational col. *Frontiers in Education*. 2025. URL: <https://www.frontiersin.org/journals/education/articles/10.3389/feduc.2025.1628482/full> (data zvernennia: 2.05.2026).



Авторське право ©2025 автори, всі права захищено. Автори погоджуються, що ця стаття залишається у відкритому доступі на умовах Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Отримано редакцією 1.04.2026 р.
Прийнято редакцією 1.05.2026 р.
Опубліковано 29.05.2026 р.

УДК 37.013:37.091.3:001.8

DOI: 10.31376/2410-0897-2026-2-61-36-45

МЕТОДОЛОГІЧНІ ПІДХОДИ ДО ПОРІВНЯЛЬНО-ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ У КОНТЕКСТІ СУЧАСНИХ ОСВІТНІХ ТРАНСФОРМАЦІЙ

Листопад Олексій Анатолійович

доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри дошкільної педагогіки
Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»
e-mail: lystopad.oa@pdp.u.edu.ua
ORCID ID: 0000-0002-3121-324X

Мардарова Ірина Костянтинівна

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри дошкільної педагогіки
Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»
e-mail: mardarova.ik@pdp.u.edu.ua
ORCID ID: 0000-0001-8899-2830

У статті здійснено теоретико-методологічний та емпіричний аналіз сучасних підходів до порівняльно-педагогічних досліджень у контексті освітніх трансформацій. Обґрунтовано значення ключових методологічних підходів у забезпеченні комплексності компаративного аналізу освітніх систем. З'ясовано вплив глобалізаційних, євроінтеграційних і цифрових процесів на трансформацію методології педагогічної компаративістики. Доведено доцільність інтеграції методологічних підходів як умови підвищення ефективності досліджень. Представлено результати емпіричного дослідження, що засвідчили домінування класичних підходів і зростання ролі інноваційних, а також виявили тенденцію до методологічного плюралізму та недостатнє використання емпіричних методів. Окреслено перспективи подальших досліджень, пов'язані з розробленням інтегрованих методологічних моделей і розширенням застосування цифрових інструментів.

Ключові слова: порівняльно-педагогічні дослідження, педагогічна компаративістика, методологія дослідження.

Постановка проблеми. Сучасні освітні трансформації, зумовлені процесами глобалізації, цифровізації та європейської інтеграції, актуалізують необхідність поглиблення методологічних засад педагогічних досліджень. Освіта постає як відкрита, динамічна система, що функціонує в умовах постійних змін і потребує науково обґрунтованих підходів до аналізу й прогнозування розвитку [6, с. 73; 7, с. 14]. Особливого значення набуває порівняльна педагогіка як галузь наукового знання, що забезпечує можливість системного аналізу, інтерпретації та адаптації зарубіжного освітнього досвіду з урахуванням національних особливостей освітніх систем [8, с. 36; 12, с. 18].

Порівняльно-педагогічні дослідження дають змогу виявляти спільні тенденції та специфічні характеристики розвитку освіти в різних країнах, визначати ефективні практики та оцінювати можливості їх імплементації у вітчизняний освітній простір [10, с. 31; 14, с. 83]. У контексті євроінтеграційних процесів особливої актуальності набуває зіставлення освітніх стандартів, підходів до підготовки педагогічних кадрів, моделей управління освітою та забезпечення її якості [7, с. 15].

Водночас модернізація освіти зумовлює необхідність удосконалення методології порівняльно-педагогічних досліджень, що має забезпечувати їх наукову валідність, системність, міждисциплінарність і практичну спрямованість [15, с. 66; 13, с. 24]. Традиційні методологічні підходи, сформовані в межах класичної педагогічної науки, потребують переосмислення з урахуванням нових викликів, серед яких цифровізація освітнього середовища, розвиток інноваційних освітніх технологій, посилення ролі неформальної освіти та зміна освітніх парадигм [6, с. 74].

Особливої ваги набуває проблема інтеграції різних методологічних підходів – системного,